Løsning: Oppgaveark 1

1. a) Sort: 5 røde $\quad p(rød) = \frac{5}{11}$
6 grønne

Hvit: 3 røde $\quad p(rød) = \frac{3}{7}$
4 grønne

Siden $\frac{5}{11} = \frac{35}{77} > \frac{3}{7} = \frac{33}{77}$ bør vi velge sort urne.

b) Sort: 6 røde $\quad p(rød) = 6/9$
3 grønne

Hvit: 9 røde $\quad p(rød) = 9/14$
5 grønne

Siden $6/9 = 2/3 = 28/42 > 9/14 = 27/42$
bør vi velge sort urne.

c) Sort: 11 røde $\quad p(rød) = 11/20$
9 grønne

Hvit: 12 røde $\quad p(rød) = 12/21$
9 grønne

Siden $12/21 = 4/7 = 80/140 > \frac{11}{20} = \frac{77}{140}$
bør vi velge hvit urne.

2.

a) Ordnet (rekkefølgen er viktig)

Antall terningkast: $6^5 = \underline{7776}$

b) Uordnet (rekkefølgen er ikke viktig)

Antall terningkast: $\binom{n+r-1}{r} = \binom{6+5-1}{5}$

<u>Kalkulator:</u>

10 $\boxed{nCr}$ 5 $\boxed{=}$ → $= \binom{10}{5} = \underline{252}$

<u>Begge tilfeller:</u> Urnemodell $n=6$, $r=5$ (med tilbakelegging)

c) Hvis vi tenker på ordnet trekking av r kuler fra en urne med n kuler (ordnet, med tilbakelegging), er alle utfall like sannsynlig $\Rightarrow$ <u>uniform sannsynlighet</u>

Dermed:

$$p(5 \text{ like}) = \frac{\text{"gunstige"}}{\text{"mulige"}} = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$$

$$= \frac{1}{1296} \simeq \underline{0.00077}$$

4.

a) $p(\text{tosifret}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\left(\text{tosifret} = \{10, 11, 12\}\right)$

$p(\text{tre tosifrede}) = (3/12)^3$

$= (1/4)^3 = \underline{1/64} \simeq 0{,}0156$

b) $p(\text{minst ett tosifret})$

$= 1 - p(\text{ingen tosifrede})$

$= 1 - \left(\frac{9}{12}\right)^3 = 1 - (3/4)^3 = \frac{64-27}{64}$

$= \underline{\frac{37}{64}} \simeq 0.5781$

c) tre like $= \{111, 222, \ldots, 11\,11\,11, 12\,12\,12\}$

$p(\text{tre like}) = \frac{12}{12^3} = \frac{1}{12^2} = \underline{\frac{1}{144}} \simeq 0{,}0069$

pga uniform sannsynlighet

d) $p(\text{minst to like}) = 1 - p(\text{alle ulike})$

$= 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{12 \cdot 12 \cdot 12} = 1 - \frac{11 \cdot 10}{12 \cdot 12} = \frac{144-110}{144}$

$= \frac{34}{144} = \underline{\frac{17}{72}} \simeq \underline{0{,}236}$

pga uniform sannsynlighet

når vi tenker ordnede trelinger

7. $p(1) = p(3) = p(5) = p(7) = x$

$p(2) = p(4) = p(6) = p(8) = 2x$

$p(1) + \ldots + p(8) = 4 \cdot x + 4 \cdot 2x = 1$

$12x = 1$

$x = 1/12$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(x)$	$1/12$	$2/12$	$1/12$	$2/12$	$1/12$	$2/12$	$1/12$	$2/12$

a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$p(A \cup B) = 4 \cdot 1/12 + 2 \cdot 2/12 = 8/12 = \underline{2/3}$

b) $A \cap B = \{1, 3\}$

$p(A \cap B) = 2 \cdot 1/12 = 2/12 = \underline{1/6}$

etc.

8. Sorte: m kuler
skal velge i

Hvite: n kuler
skal velge $k-i$

Antall måter: $\underline{\underline{\binom{m}{i} \cdot \binom{n}{k-i}}}$

(multiplikasjonsprinsippet)

valg av verdier

9.

valg av farger

a) $\binom{13}{5} \cdot 4 = \underline{5148}$

Kalk:

$\binom{13}{5}$:

13 $\boxed{nCr}$ 5 $\boxed{=}$

b) $\binom{16}{5} = \underline{4368}$

4×4 billedkort eller ess

c) $\binom{52-16}{5} = \binom{36}{5}$

$= \underline{376.992}$

d) $\binom{16}{4} \cdot \binom{52-16}{5-4} = \binom{16}{4} \cdot \binom{36}{1} = \binom{16}{4} \cdot 36$

$= \underline{65.520}$

e) $\underbrace{\binom{13}{1} \cdot \binom{4}{2}}_{\text{ett par}} \cdot \underbrace{\binom{12}{3} \cdot \binom{4}{1}^3}_{\text{utenom par}} = 13 \cdot 6 \cdot \binom{12}{3} \cdot 4^3$

$= \underline{1.098.240}$

ett par
13 verdier, velg 1
4 farger, velg 2

utenom par
12 verdier, velg 3
4 farger for hvert kort

10. p (minst to har samme bursdag)

$$= 1 - p(\text{ingen har samme bursdag})$$

$$= 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot (365-n+1)}{365 \cdot 365 \cdot \ldots \cdot 365}$$

teller $= \dfrac{365 \cdot 364 \cdots 2 \cdot 1}{(365-n) \cdots 2 \cdot 1}$

$$= 1 - \frac{365!}{(365-n)!} \cdot \frac{1}{365^n}$$

$$= 1 - \frac{365!}{(365-n)! \cdot n!} \quad \frac{n!}{365^n}$$

$$= \underline{1 - \binom{365}{n} \cdot \frac{n!}{365^n}}$$

a) $1 - \dfrac{365 \cdot 364}{365^2} = 1 - \dfrac{364}{365} = \underline{\dfrac{1}{365}} \simeq \underline{0{,}0027}$

b) $1 - \dfrac{365 \cdot 364 \cdot 363}{(365)^3} = \dfrac{365^2 - 364 \cdot 363}{365^2} \simeq \underline{0.0082}$

c) $1 - \binom{365}{10} \cdot \dfrac{10!}{365^{10}} \simeq \underline{0.117}$

d) $1 - \binom{365}{100} \cdot \dfrac{100!}{365^{100}} \simeq \underline{0.9999997}$

e) $\underline{1 - \binom{365}{n} \cdot \dfrac{n!}{365^n}}$

for store n må vi skrive formelen slik for å kunne regne

For å regne ut d) på kalkulator:

$365 \ \boxed{nCr} \ 100 \ \boxed{=}$ ← gir $\binom{365}{100}$

$\boxed{\div} \ 365 \ \boxed{y^x} \ 100 \ \boxed{=}$ gir $\binom{365}{100} \cdot \frac{1}{365^{100}}$

$\boxed{\times} \ 100 \ \boxed{n!} \ \boxed{=}$ gir $\binom{365}{100} \frac{100!}{365^{100}}$

$\boxed{+/-} \ \boxed{+} \ 1 \ \boxed{=}$ gir svaret

↑ fortsett med svaret etter hver linje i kalkulatoren

(det er ikke nødvendig å skrive svaret i mellomregningene med)