Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
En sort urne og en hvit urne inneholder røde og grønne baller. Du spiller ved å velge en urne, og deretter trekke en tilfeldig valgt ball fra den valgte urnen. Du vinner spillet dersom du velger en rød ball.

a. I første spill inneholder den sorte urnen fem røde og seks grønne baller, og den hvite urnen inneholder tre røde og fire grønne baller. Hvilken urne bør du velge? Begrunn ved å finne vinnersannsynlighetene.

b. I andre spill inneholder den sorte urnen seks røde og tre grønne baller, og den hvite urnen inneholder ni røde og fem grønne baller. Hvilken urne bør du velge nå? Begrunn ved å finne de nye vinnersannsynlighetene.

c. Til slutt slår vi ballene i den andre sorte urnene over i den første sorte urnen, og ballene i den andre hvite urnen over i den første hvite urnen. Hvilken urne tror du at du bør velge, sort eller hvit? Besvar først spørsmålet uten å regne. Regn så ut vinnersannsynlighetene. Hvilken urne burde du ha valgt?

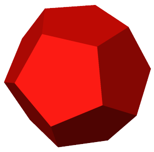
Oppgave 2.
Du kaster fem vanlige terninger.

a. Anta at du kaster terningene en etter en, og skriver ned sekvensen av antall øyne terningene viser. Du regner for eksempel (1,1,4,5,3) som et annet terningkast enn (1,4,5,1,3) siden rekkefølgen er byttet om. Hvor mange ulike terningkast er det når du tenker slik?

b. Anta at du kaster alle terningene samtidig, og skriver ned hvor mange øyne de ulike terningene viser. Nå regnes for eksempel (1,1,4,5,3) som samme terningkast som (1,4,5,1,3) siden det ikke er noen spesiell rekkefølge på terningene. Hvor mange ulike terningkast er det nå?

c. Hva er sannsynlighet for å slå fem like? Har det noe å si om du kaster alle fem terningene samtidig eller ikke?

Oppgave 3.
Et dodekaeder er satt sammen av tolv sideflater, som er like, regulære femkanter (se tegning nedenfor). Den kan brukes som en slags terning, og kalles da en D12 (D = dice). Beskriv utfallsrommet og sannsynlighetsmålet til det stokastiske forsøket å slå en D12-terning.




Oppgave 4.
Vi slår tre D12-terninger hvor sidene er markert med tallene 1 - 12. Hva er sannsynlighet for å slå

a) kun tosifrede tall b) minst ett tosifret tall c) tre like tall d) (minst) to like tall

Oppgave 5.
Delmengdene A,B,C av utfallsrommet $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ er gitt ved

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{x \in S : x \text{ er et oddetall }\}, \quad C = \{1, 4, 7\}$$

Bestem følgende mengder:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A^c \cup B^c$ d) $(A \cup B)^c$ e) $(A \cap B)^c$
f) $A \cap (B \cup C)$ g) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ h) $A \cup B \cup C$ i) $A \cap B \cap C$ j) $A^c \cap B \cap C$

Oppgave 6.
Et stokastisk forsøk har utfallsrom $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ og et uniformt sannsynlighetsmål p (alle utfall er like sannsynlige). Regn ut sannsynlighetene til disse hendelsene:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A^c \cup B^c$ d) $(A \cup B)^c$
e) $(A \cap B)^c$ f) $A \cap (B \cup C)$ g) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ h) $A \cup B \cup C$
i) $A \cap B \cap C$ j) $A^c \cap B \cap C$

Oppgave 7.
Et stokastisk forsøk har utfallsrom $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ og et sannsynlighetsmål p som er slik at sannsynligheten for utfall som er partall er dobbelt så høy som sannynligheten for utfall som er oddetall. Regn ut sannsynlighetene til disse hendelsene:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A^c \cup B^c$ d) $(A \cup B)^c$
e) $(A \cap B)^c$ f) $A \cap (B \cup C)$ g) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ h) $A \cup B \cup C$
i) $A \cap B \cap C$ j) $A^c \cap B \cap C$

Oppgave 8.
Du har m sorte og n hvite kuler. Du skal plukke ut k kuler, hvorav i er sorte og resten er hvite. Hvor mange måter kan dette gjøres på?

Oppgave 9.
Vi får utdelt fem kort (en hånd) fra en vanlig kortstokk med 52 kort. Kortstokken består av alle kombinasjoner av fire farger (spar, hjerter, ruter, kløver) og 13 valører (2-10, knekt, dame, konge, ess). På hvor mange måter kan du få følgende hender:

a) alle kort i samme farge b) kun billedkort eller ess c) ingen billedkort eller ess
d) fire billedkort eller ess e) ett par

Oppgave 10.
En gruppe personer møtes på fest. Hva er sannsynligheten av at minst to personer har bursdag på samme dag når antall personer på festen er

a) 2 b) 3 c) 10 d) 100 e) n

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) Sort siden $5/11 > 3/7$ b) Sort siden $6/9 > 9/14$ c) Hvit siden $11/20 < 12/21$

Oppgave 2.

a) $6^5 = 7\,776$ b) $\binom{10}{5} = 252$ c) $6/6^5 = 1/6^4 \approx 0.00077$, det har ingenting å si

Oppgave 3.

$S = \{1{,}2{,}3{,}4{,}5{,}6{,}7{,}8{,}9{,}10{,}11{,}12\}$ og $p(1) = p(2) = \cdots = p(12) = 1/12$

Oppgave 4.

a) $(3/12)^3 \approx 0.0156$ b) $1 - (9/12)^3 \approx 0.5781$ c) $1/12^2 \approx 0.0069$

d) $1 - (12 \cdot 11 \cdot 10)/12^3 \approx 0.236$

Oppgave 5.

a) $\{1{,}2{,}3{,}4{,}5{,}7\}$ b) $\{1{,}3\}$ c) $\{2{,}4{,}5{,}6{,}7{,}8\}$ d) $\{6{,}8\}$ e) $\{2{,}4{,}5{,}6{,}7{,}8\}$

f) $\{1{,}3{,}4\}$ g) $\{1{,}3{,}4\}$ h) $\{1{,}2{,}3{,}4{,}5{,}7\}$ i) $\{1\}$ j) $\{7\}$

Oppgave 6.

a) $3/4$ b) $1/4$ c) $3/4$ d) $1/4$ e) $3/4$

f) $3/8$ g) $3/8$ h) $3/4$ i) $1/8$ j) $1/8$

Oppgave 7.

a) $2/3$ b) $1/6$ c) $5/6$ d) $1/3$ e) $5/6$

f) $1/3$ g) $1/3$ h) $2/3$ i) $1/12$ j) $1/12$

Oppgave 8.

$$\binom{m}{i} \cdot \binom{n}{k-i}$$

Oppgave 9.

a) $\binom{13}{5} \cdot 4 = 5148$ b) $\binom{16}{5} = 4368$ c) $\binom{36}{5} = 376\,992$ d) $\binom{16}{4} \cdot \binom{36}{1} = 65\,520$

e) $\binom{13}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{12}{3} \cdot 4^3 = 1\,098\,240$

Oppgave 10.

a) 0.0027 b) 0.0082 c) 0.117 d) 0.9999997 e) $1 - \binom{365}{n} \cdot \frac{n!}{365^n}$