Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Vi ønsker å undersøke om førsteårsstudenter på siviløkonomstudiet fra en bestemt videregående skole X oppnår høyere karakterer enn andre. Karaktersnittet for alle førsteårsstudenter på siviløkonomstudiet er 3.25.

a) Vi skal bruke en hypotesetest. Definer hvilken parameter du vil se på. Hvilken nullhypotese og alternativ hypotese vil du bruke?

b) Definer en testobservator for hypotesetesten, og beskriv formen på forkastningsområdet.

c) Hva betyr Type I feil og Type II feil i denne situasjonen? Hva er sammenhengen mellom disse feilene og signifikansnivået til testen?

d) Vi undersøker gjennomsnittskarakteren til fem tilfeldige utvalgte studenter fra videregående skole X, og finner verdiene i tabellen nedenfor. Bruk dette til å lage 90% og 95% konfidensintervall for gjennomsnittskarakteren for studenter fra skole X.

e) Vi skal gjennomføre en hypotestest med signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Hvilke av de to konfidensintervallene kan brukes til å si noe om utfallet av hypotesetesten? Hva blir utfallet?

f) Finn forkastningsområdet, og utfør hypotesetesten? Hva blir utfallet?

g) Regn ut en p-verdi for hypotesetesten. Forklar hvordan du kan si om utfallet av hypotestesten basert på p-verdien.

3.5	4.5	3	3.75	4.25

Oppgave 2.
Et alkometer, som brukes til å måle promille, registrerer ti måleverdier når en person blåser inn i måleren. Det er oppgitt av produsenten at $\sigma = 0.08$. Politiet skal bruke alkometeret til å foreta promillekontroller av båtførere, hvor den lovlige grensen er 0.8 promille.

a) Formuler nullhypotese og alternativ hypotese for hypotesetesten knyttet til en måling.

b) Bestem forkastningsområdet dersom signifikansnivået er $\alpha = 0.05$.

c) Definer styrkefunksjonen, og regn ut $\gamma(0.80)$, $\gamma(0.85)$ og $\gamma(0.90)$.

d) Hva betyr Type I feil og Type II feil i denne situasjonen? Beskriv sammenhengen mellom styrkefunksjonen og feil av Type I og II.

e) En båtfører som blåser i måleren får verdiene i tabellen nedenfor registrert. Gjennomføre en hypotestest med signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Hva blir utfallet?

0.84	0.86	0.87	0.87	0.85	0.93	0.80	0.81	0.80	0.76

Oppgave 3.
Oppgaver fra læreboken [L]: 6.10 - 6.11, 6.20 - 6.25

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) Parameteren μ er gjennomsnittskarakteren blant studenter fra skole X. Nullhypotesen H_0 er at $\mu \leq \mu_0 = 3.25$, og alternativhypotesen H_1 er $\mu > \mu_0 = 3.25$.

b) Vi kan bruke $\overline{X}$ som testobservator, med forkastningsområde $\overline{X} > k$ for en konstant k, eller vi kan bruke

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

som testobservator, med forkastningsområde $T > t$ for en konstant t.

c) Type I feil er at vi forkaster H_0 når H_0 er sann. Vi beslutter altså at studenter fra skole X har høyere karakterer når det ikke er tilfellet. Type II feil er at vi ikke forkaster H_0 når H_1 er sann. Vi beslutter altså at studenter fra skole X ikke har høyere karakterer når de faktisk har det. Signifikansnivået er den høyeste sannsynlighet for Type I feil vi aksepterer.

d) Et 90% konfidensintervall for μ er $[3.23, 4.37]$ og et 95% konfidensintervall for μ er $[3.06, 4.54]$.

e) Det første konfidensintervallet gir $p(\mu \leq 3.23) = 0.10/2 = 0.05$ og er derfor det som er relevant om $\alpha = 0.05$. Siden intervallet inneholder verdier for μ som tilfredsstiller både H_0 og H_1, kan vi ikke forkaste H_0.

f) Bruker vi en T-test, er forkastningsområdet $T > t_\alpha$, og med $\alpha = 0.05$ og $n - 1 = 4$ frihetsgrader blir det $T > 2.13$. Regner vi ut testobservatoren T får vi $T = 2.06$. Vi forkaster ikke H_0.

g) Vi regner ut p-verdien, som er sannynligheten $p(T \geq 2.06)$ gitt at H_0 er sann (dvs gitt at $\mu = 3.25$), til å være $p = 0.054 > \alpha$. Siden $p > \alpha$, kan vi ikke forkaste H_0.

Oppgave 2.

a) Nullhypotesen H_0 er at $\mu \leq \mu_0 = 0.8$, og alternativhypotesen H_1 er $\mu > \mu_0 = 0.8$.

b) Vi kan bruke Z som testobservator, og forkastningsområdet blir $Z > z_\alpha$ med $z_\alpha = 1.645$. Testobservatoren er

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Forkastningsområde kan også skrives om som $\overline{X} > 0.84$.

c) Styrkefunksjonen $\gamma(\mu)$ angir sannsynligheten for å bli tatt (at vi forkaster H_0) gitt at den virkelige promillen er μ. Vi har at $\gamma(0.80) = 0.05$, $\gamma(0.85) = 0.63$ og $\gamma(0.90) = 0.99$.

d) Type I feil er at vi forkaster H_0 når H_0 er sann. Vi beslutter altså at båtføreren har ulovlig promille når det ikke er tilfellet ('uskyldig dømt'). Type II feil er at vi ikke forkaster H_0 når H_1 er sann. Vi beslutter altså at båtføreren ikke har ulovlig promille når han faktisk har det ('slipper unna'). Sannsynlighet for feil av Type II for en person med $\mu > 0.8$ promille er $1 - \gamma(\mu)$.

e) Bruker vi en Z-test, er forkastningsområdet $\overline{X} > 0.84$, og med de ti registrerte målingene får vi $\overline{X} = 0.839$. Vi forkaster ikke H_0.